Proposition de correction de l'épreuve de mathématiques, DNB 2018

Exercice 1.

1°. Longitude de Pyeongchang : environ **127,5° Est**

Latitude de de Pyeongchang : environ **35° Nord**.

2°.

$$Rayon\ de\ la\ sphère : 23 \div 2 = 11,5\ cm$$

$$Volume\ de\ la\ sphère:\ \frac{4}{3} \times \pi \times 11,5^3 = \frac{4 \times 1520,875}{3}\pi = \frac{12167}{6}\pi\ \ cm^3$$

$$Volume\ de\ la\ sphère \approx 6371 cm^3\ \ (\text{à } 1\ cm^3\ \ près)$$

Une valeur approchée du volume de la sphère est bien de 6371 cm^3.

3°.

$$Rayon\ du\ cylindre:\ \ 6 \div 2 = 3\ cm$$

$$Volume\ du\ cylindre: \pi \times 3^2 \times 23 = 207\pi\ cm^3 \approx 650\ cm^3\ \ (\text{à } 1\ cm^3\ \ près)$$

$$Volume\ total : 6371 + 650 = 7021\ cm^3$$

méthode 1

La sphère représente 6371 cm^3 sur les 7021 cm^3 au total :

$$\frac{6371}{7021} \times 100 \approx 90,7$$

méthode 2

$$90\%\ de\ 7021:\ \ \frac{90 \times 7021}{100} = 6318,9\ \text{cm}^3$$

ce qui est proche du volume de la sphère.

Le volume de la boule représente bien environ 90% du volume total.

Exercice 2.

1°. Concentration moyenne en PM10 entre le 16 et le 25 janvier,

de Lyon : 72,5 $\mu g/m^3$ (donnée)

$$de\ Grenoble : \frac{32 + 39 + 52 + 57 + 78 + 63 + 60 + 82 + 82 + 89}{10} = 63,4\ \ \mu g/m^3$$

Lyon a eu la plus forte concentration moyenne en PM10 entre le 16 et le 25 janvier.

2°. Étendue de la série de relevés de Lyon : $107 - 22 = 85\ \ \mu g/m^3$.

Étendue de la série de relevés de Grenoble : $89 - 32 = 57\ \ \mu g/m^3$.

L'étendue la plus importante est à Lyon ce qui indique de plus forts écarts de concentration en PM10.

3°. La médiane de la série de relevé de Lyon est de 83,5 $\mu g/m^3$ ce qui indique que au moins la moitié (5 jours) des relevés sont supérieurs ou égaux à 83,5 $\mu g/m^3$ (et au moins la moitié des relevés sont inférieurs à 83,5 $\mu g/m^3$)

Donc L'affirmation est exacte.

Exercice 3.

1°. $\frac{125^{\div 125}}{375^{\div 125}} = \frac{1}{3}$ $\quad La\ probabilité\ qu'il\ \ écoute\ du\ rap\ est\ donc\ de\ \frac{1}{3}$

2°. $\frac{7^{\times 25}}{15^{\times 25}} = \frac{175}{375} \quad ou \quad \frac{7}{15} \times 375 = \frac{2625}{15} = 175$

Il y a 175 morceaux de rock dans le lecteur audio de Théo.

$3°. 40\% = \frac{40^{\div 20}}{100^{\div 20}} = \frac{2^{\times 3}}{5^{\times 3}} = \frac{6}{15} < \frac{7}{15} \quad \left(ou\ \frac{7}{15} \times 100 \approx 46{,}7 \qquad 46{,}7\ \% > 40\% \right)$

Théo a le plus de chances d'écouter un morceau de rock.

Exercice 4.

1°. Dans BCD rectangle en B, d'après le théorème de Pythagore :

$$CD^2 = CB^2 + BD^2$$
$$8{,}5^2 = 7{,}5^2 + BD^2$$
$$72{,}25 = 56{,}25 + BD^2$$
$$BD^2 = 72{,}25 - 56{,}25 = 16$$
$$BD = \sqrt{16} = 4\ \ cm$$

On a bien BD = 4 cm.

$2°. \quad \frac{BE}{CD} = \frac{6{,}8}{8{,}5} = 0{,}8 \qquad \frac{FE}{BD} = \frac{3{,}2}{4} = 0{,}8 \qquad \frac{BF}{CB} = \frac{6}{7{,}5} = 0{,}8$

$\frac{BE}{CD} = \frac{FE}{BD} = \frac{BF}{CB}$ *les longueurs des côtés deBEF sont donc proportionnelles aux longueurs des côtés de BCD par conséquent CBD et BFE sont semblables.*

3°. Comme les triangles CBD et BFE sont semblables ([CD] ➔ [BE] [CB] ➔ [BF] [BD] ➔ [FE]) et l'angle $C\hat{B}D$ est un angle droit alors **l'angle $\mathbf{B\hat{F}E}$ est un angle droit.**

(ou on pouvait utiliser la réciproque du théorème de Pythagore)

4°. Dans BCD rectangle en B,

$\cos\left(B\hat{C}D\right) = \frac{CB}{CD} = \frac{7{,}5}{8{,}5} \quad donc \quad B\hat{C}D = arccos\left(\frac{7{,}5}{8{,}5}\right) \approx 28°$

$donc\ A\hat{C}D = A\hat{C}B + B\hat{C}D \approx 61 + 28 \approx 89° \ \neq 90°$

$\mathbf{A\hat{C}D}$ n'est pas un angle droit.

Exercice 5.

$1°. \quad -1$ ➔ $4 \times (-1) = -4$ ➔ $-4 + 8 = 4$ ➔ $2 \times 4 = 8$

Pour -1 le programme donne bien 8 en résultat final.

🡐

2°. En « remontant » le programme :

30 🡐 $30 \div 2 = 15$ 🡐 $15 - 8 = 7$ 🡐 $7 \div 4 = 1{,}75$

Pour obtenir 30 en résultat final, il faut choisir 1,75 comme nombre de départ.

2ème méthode : avec une équation, soit x le nombre de départ

x ➔ $4 \times x = 4x$ ➔ $4x + 8$ ➔ $2 \times (4x + 8) = 8x + 16$

On doit donc avoir $8x + 16 = 30\ \ soit$

$$8x = 30 - 16$$
$$8x = 14 \quad donc \quad x = \frac{14}{8} = 1{,}75$$

Pour obtenir 30 en résultat final, il faut choisir 1,75 comme nombre de départ.

3°. Pour toute valeur de x :

$A = 2(4x + 8) = 8x + 16$

$B = (4 + x)^2 - x^2 = 16 + 8x + x^2 - x^2 = 8x + 16$

On a donc bien A = B pour toutes les valeurs de x.

4°. L'affirmation 1 est FAUSSE, un contre exemple :

$$pour\ -5\ comme\ de\ départ\ le\ programme\ donne$$

$2(4 \times (-5) + 8) = -24$ résultat négatif !!

L'affirmation 2 est VRAIE :

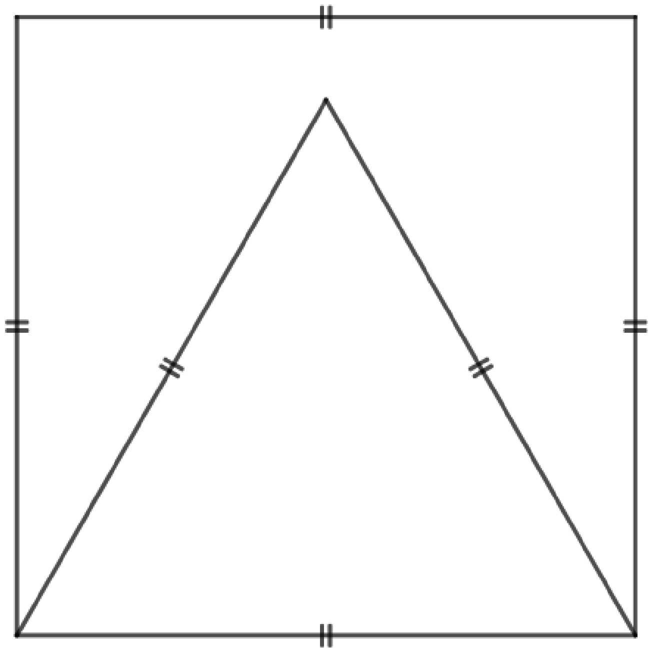
pour un nombre entier x , le programme donne $8x + 16 = 8 \times x + 8 \times 2 = 8(x + 2)$

$x + 2$ est aussi un nombre entier donc le **résultat** $8(x + 2)$ **est un multiple de 8**

Exercice 6.

1°.a. 1 cm pour 50 pixels donc 6 cm pour 300 pixels.

La figure correspond donc à un carré de 6 cm de côté et d'un triangle équilatéral de 6 cm de côté avec un côté en commun.



b. Après les blocs « Carré » et « Triangle » le stylo est revenu à (0 ; 0) et est orienté à droite, donc après l'exécution de la ligne 8

les coordonnées du stylo sont $(300 \div 6; 0)$ *soit* $\mathbf{(50; 0)}$

2°. 300 – 50 – 50 = 200

Ligne 9 : « mettre Longueur à 200 »

3°.a. La transformation permettant d'obtenir le petit carré à partir du grand carré est une **homothétie.**

$$rapport\ de\ réduction : \frac{200}{300} = \mathbf{\frac{2}{3}}$$

$b. Puisque\ l'échelle\ de\ réduction\ est\ de\ \frac{2}{3}\ alors\ le\ rapport\ des\ aires\ est\ de\ \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \mathbf{\frac{4}{9}}$

Exercice 7.

1°. Le temps et la vitesse de rotation **ne sont pas proportionnels** puisque la représentation graphique est une droite **mais ne passe pas par l'origine**.

2°.a. Vitesse de rotation initiale (au départ) : **20 tours/s**

b. 1minute 20 secondes = 80 secondes, la vitesse de rotation est alors de **3 tours/s**

c. Le hand-spinner s'arrête après environ **94 secondes**

3°.a. Vitesse de rotation au bout de 30 s :

$$V(30) = -0{,}214 \times 30 + 20 = 13{,}58$$

Au bout de 30 s la vitesse de rotation est de 13,58 tour/s

b. Si le hand-spinner s'arrête alors la vitesse de rotation est égale à 0 tour/s :

$$on\ cherche\ t\ pour\ avoir\ \ V(t) = 0$$
$$-0{,}214 \times t + 20 = 0$$
$$-0{,}214 \times t = -20$$
$$t = \frac{-20}{-0{,}214} \approx 93{,}5$$

Le hand-spinner va s'arrêter après environ 93,5 s

c. ***

méthode 1 : On appelle V_0 la vitesse initiale et le T_0 temps pour s'arrêter correspondant.

$$\text{On a alors : } V(T_0) = 0\ soit\ -0{,}214 \times T_0 + V_0 = 0\ \ \ldots\ldots\ldots\ \ T_0 = \frac{V_0}{0{,}214}$$

Si on double la vitesse initiale la vitesse de rotation est alors donnée par :

$$V(t) = -0{,}214 \times t + \underbrace{2 \times V_0}_{\substack{nouvelle \\ vitesse\ initiale}}$$

Calcul du temps nécessaire pour que le hand spinner s'arrête, on a alors

$$V(t) = 0\ \ soit\ \ -0{,}214 \times t + 2 \times V_0 = 0$$
$$t = \frac{2 \times V_0}{0{,}214} = 2 \times \frac{V_0}{0{,}214} = 2 \times T_0$$

Si on fait tourner le hand-spinner deux fois plus vite au départ il tournera deux fois plus longtemps.

méthode 2 : On appelle T le temps nécessaire pour que le hand spinner s'arrête, on a donc :

$$V(T) = 0\ \ \ soit\ \ -0{,}214 \times T + V_{initiale} = 0\ \ par\ conséquent\ :$$
$$V_{initiale} = 0{,}214 \times T$$

La vitesse initiale et le temps nécessaire pour s'arrêter sont donc proportionnelles alors si on fait tourner le hand-spinner deux fois plus vite au départ il tournera deux fois plus longtemps.